Corrigé EXAMEN THL

Soient les 2 langages L_1 et L_2 suivants :

$L_1=[\ a^n b^m c^p d^q,\quad n>=0,\quad m>=0,\quad p>=0,\ 3>q>0]$

$L_2=[d^t,\ t>=0]$

1. Le plus petit mot généré par L_1 : dans ce cas on à : n=0, m=0, p=0 et q=1.
   Donc :
   $L_1=[a^0 b^0 c^0 d^1] = d$ **(02)**

2. Quelles sont les valeurs de n, m, p, q et t telle que $L_1 \cap L_2 = L_1 \cup L_2$?

$L_1 \cap L_2 = L_1 \cup L_2 \leftrightarrow [\ a^n b^m c^p d^q] \cap [d^t] = [\ a^n b^m c^p d^q] \cup [d^t]$

$\leftrightarrow (d^q \cap d^t) = (d^q \cup d^t)$

$\leftrightarrow$ **[n=0, m=0, p=0, q=1, t=1]** or **[n=0, m=0, p=0, q=2, t=2]** **(02)**

3. Quelles sont les valeurs de n, m, p, q et t telle que : $L_1 \,||\, L_2 = dd$?
   $L_1 \,||\, L_2 = dd \leftrightarrow a^n b^m c^p d^q \,||\, d^t = dd$
   $\leftrightarrow d^t.dd \in a^n b^m c^p d^q$
   $\leftrightarrow d^{t+2} \in a^n b^m c^p d^q$
   $\leftrightarrow$ (n=0, m=0, p=0, t+2=q)
   $\leftrightarrow$ (**n=0, m=0, p=0, t=0, q=2**) **(02)**

4. Quelles sont les valeurs de n, m, p, q et t telle que : $L_1.L_2 = L_2.L_1$

   $L_1.L_2 = L_2.L_1 \leftrightarrow (a^n b^m c^p d^q)\, d^t = d^t (a^n b^m c^p d^q)$
   $\leftrightarrow a^n b^m c^p d^{q+t} = d^t a^n b^m c^p d^q$ **(02)**
   $\leftrightarrow$ (t=0, n, m, p, q quelconques)

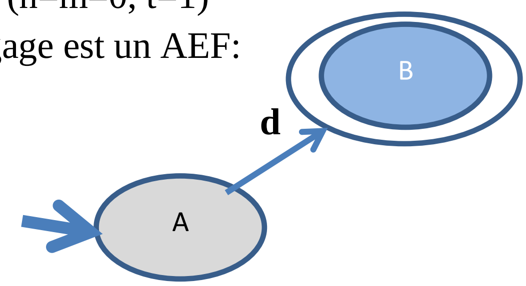
Supposant maintenant que : n=p, q=1, m>=0 et t>=0.

5. trouvons les automates acceptant les langages: $L_1 \cap L_2$, $L_1 \cup L_2$, $L_1.L_2$, $(L_2)^3$:

Dans ce cas, on a : $L_1=[a^n b^m c^n d$, n,m>=0], $L_2=[d^t$, t>=0]

- $L_1 \cap L_2 = a^n b^m c^n d \cap d^t =$ **d** avec (n=m=0, t=1)

  L'automate qui accepte ce langage est un AEF: **(02)**



- $L_1 \cup L_2 = a^n b^m c^n d \cup d^t$ ce langage est de type 2, il sera accepté par un automate à pile qui est donné par:

$\#S_0a \rightarrow \#aS_0$ $aS_0a \rightarrow aaS_0$ $aS_0b \rightarrow aS_0$ $aS_0c \rightarrow S_1$ $aS_1c \rightarrow S_1$

$\#S_1d \rightarrow \#S_2$ $\#S_2 \rightarrow \#$ $\#S_0b \rightarrow \#S_3$ $\#S_3d \rightarrow \#S_4$ $\#S_4 \rightarrow \#$

$\#S_0d \rightarrow \#S_5$ $\#S_5d \rightarrow \#S_5$ $\#S_5 \rightarrow \#$ **(02)**

- $L_1.L_2 = a^n b^m c^n d.\ d^t = a^n b^m c^n d^{t+1}$, n,m,p,t>=0:

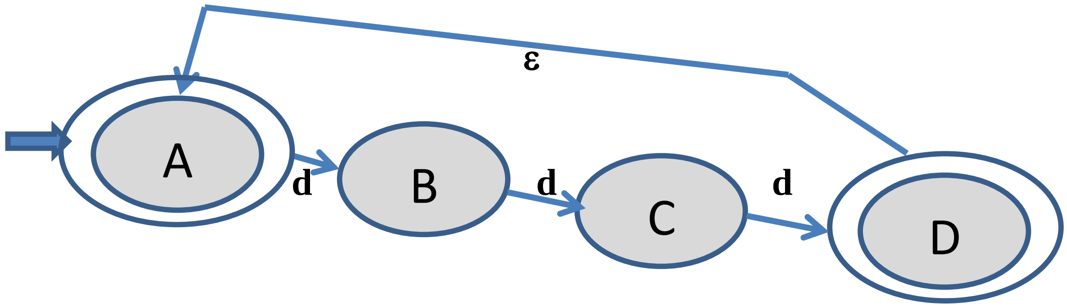
l'automate qui le reconnait est un automate à pile qui est :

$\#S_0a \rightarrow \#aS_0$ $aS_0a \rightarrow aaS_0$ $aS_0b \rightarrow aS_0$ $aS_0c \rightarrow S_1$ $aS_1c \rightarrow S_1$

$\#S_1d \rightarrow \#S_1$ $\#S_1 \rightarrow \#S_f$ $\#S_0d \rightarrow \#S_1$ $\#S_0b \rightarrow \#S_1$

(02)

- $(L_2)^3 = (d^t)^3 = d^{t\times3} = d^{3\times t} = (d^3)^t = (ddd)^t$
  L'automate correspondant est un AEF suivant :



(02)

6. Donner les grammaires G_1, G_2 qui génèrent les langages $L_1 \cup L_2$, $(L_2)^3$ Respectivement :

- $L_1 \cup L_2 = a^n b^m c^n d \cup d^t$: G_1: $S \rightarrow AD/F$
  $A \rightarrow aAc/B$ $B \rightarrow bB/\varepsilon$ $D \rightarrow d$ $F \rightarrow dF/\varepsilon$ **(02)**

- $(L_2)^3 = (d^t)^3 = d^{t\times3} = d^{3\times t} = (d^3)^t = (ddd)^t$ G_2: $S \rightarrow dddS/\varepsilon$ **(02)**